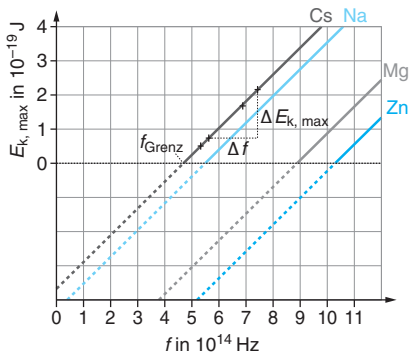


Der Fotoeffekt

- Der Fotoeffekt ist ein Effekt, bei dem Elektronen aus Metall herausgelöst werden. Dazu bestrahlt man das Metall mit Licht, dessen Frequenz so hoch ist, dass seine Energie ausreicht, um die Elektronen herauszulösen.
- Zur **Untersuchung des Fotoeffekts** mit sichtbarem Licht verwendet man eine Fotozelle und die Gegenfeldmethode. Wird die Fotozelle, die sich im Vakuum befindet, mit sichtbarem Licht bestrahlt, so werden Elektronen aus der Metallschicht der Fotozelle herausgelöst und man kann einen **Fotostrom** messen. Diese Elektronen besitzen kinetische Energie, die vom eingestrahlt Licht stammt. Diese kinetische Energie bestimmt man mithilfe der **Gegenfeldmethode**. Dazu befindet sich gegenüber der Fotozelle eine Ringanode. Die Anode wird nun an den Pluspol einer Spannungsquelle und die Fotozelle (Kathode) an den Minuspol gelegt. Diese Gegenspannung U_G führt dazu, dass nur die Elektronen die Anode erreichen, deren kinetische Energie E_{kin} größer ist als die elektrische Energie $e \cdot U_G$. Je größer die Gegenspannung, umso weniger Elektronen erreichen die Anode, der Fotostrom nimmt ab. Hat die Stromstärke den Wert null erreicht, so gilt:
$$E_{kin,max} = e \cdot U_{G,max}$$
- Beim Fotoeffekt lassen sich Beobachtungen machen, die dem klassischen Wellenmodell widersprechen:
 - Die maximale Energie der herausgelösten Elektronen hängt von der **Frequenz** des Lichtes ab, mit dem die Metalloberfläche bestrahlt wurde.
 - Die Anzahl der herausgelösten Elektronen und damit die Stärke des Fotostroms hängen nur von der **Intensität** des bestrahlten Lichtes ab.
 - Unterhalb einer bestimmten Frequenz, der sog. **Grenzfrequenz**, werden keine Elektronen herausgelöst, unabhängig von der Lichtintensität und der Beleuchtungsdauer.

Bestimmung der Planck'schen Konstanten aus dem Fotoeffekt

- Die kinetische Energie der herausgelösten Elektronen hängt von der Frequenz des eingestrahelten Lichtes ab.
- Trägt man die maximale kinetische Energie der Elektronen in Abhängigkeit von der Frequenz des eingestrahelten Lichtes für verschiedene Metalle auf, so erhält man parallele Geraden.



Die gemeinsame Steigung der Geraden ist die Planck'sche Konstante. Es gilt: $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js.

- Folgerungen aus dem Diagramm:**
 - Die kinetische Energie der Elektronen wächst mit der Frequenz des Lichtes.
 - Die Grenzfrequenz f_G ist der Schnittpunkt der Gerade mit der Frequenzachse. Unterhalb dieser Frequenz können keine Elektronen aus dem Metall herausgelöst werden.
 - Jedes Metall hat seine eigene charakteristische Grenzfrequenz.
 - Die Energie der Photonen ist proportional zur Frequenz des eingestrahelten Lichtes.
Für die kinetische Energie gilt: $E_{\text{kin,max}} = h \cdot f - h \cdot f_G$
wobei $W_A = h \cdot f_G$ die Auslösearbeit ist.

Röntgenstrahlung

- Bei Röntgenstrahlung handelt es sich um elektromagnetische Strahlung mit hoher Frequenz.
- Röntgenstrahlung entsteht, wenn beschleunigte Elektronen, also Elektronen mit einer großen kinetischen Energie auf eine Metalloberfläche treffen und dabei abgebremst werden. Die dabei entstehende Röntgenstrahlung wird als **Bremsstrahlung** bezeichnet.
Die elektrische Energie der Elektronen $e \cdot U_B$ (U_B = Beschleunigungsspannung) wird in Energie der Röntgenphotonen $h \cdot f$ umgesetzt. Es entsteht ein kontinuierliches Energiespektrum. Dieses Spektrum ist unabhängig vom Anodenmaterial.
Kann die gesamte Energie des Elektrons auf einmal in Photonenenergie umgesetzt werden, dann hat dieses Photon die größte Frequenz f_G und die kleinste Wellenlänge λ_G . Es gilt:

$$e \cdot U_B = h \cdot f_G = h \cdot \frac{c}{\lambda_G} \Leftrightarrow \lambda_G = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_B}$$

- Zusätzlich zur Bremsstrahlung entsteht eine **charakteristische Strahlung**. Sie entsteht, wenn die Photonenenergie so groß ist, dass sie Elektronen aus den niedrigsten Energieniveaus der Atome herauslösen kann. Diese Lücken werden durch Elektronen höherer Niveaus aufgefüllt. Dabei wird Strahlung emittiert.
Die charakteristische Strahlung erkennt man im Spektrum an den **Intensitätsmaxima**. Die Frequenzen, bei denen diese Maxima auftauchen, sind charakteristisch für das Anodenmaterial.

Impuls von Photonen

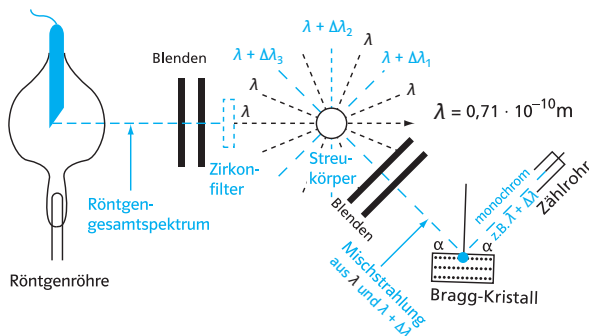
- Einstein formulierte aus dem Fotoeffekt die Hypothese: Licht besteht aus einzelnen Photonen mit der Energie $E = h \cdot f$. Sie bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit und haben den Impuls

$$p = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Mit der Definitionsgleichung des Impulses $p = m \cdot c$ folgt für die Masse der Photonen:

$$m = \frac{h}{\lambda \cdot c} = \frac{h \cdot f}{c^2}$$

- Der Comptoneffekt zeigt, dass es sinnvoll ist, den Photonen einen Impuls zuzuschreiben.
- Beim **Comptoneffekt** werden Photonen an freien oder gebundenen Elektronen gestreut und die Änderung des Impulses untersucht. Die Photonen der Röntgenstrahlung treffen auf einen Körper, z. B. aus Kohlenstoff, und werden dort an den Atomen gestreut. Nach der Streuung existieren zwei Strahlungsanteile. Der eine hat die gleiche Wellenlänge wie die einfallenden Photonen und der andere hat eine größere Wellenlänge. Dieser Wellenlängenunterschied $\Delta\lambda$ ist abhängig vom Streuwinkel.

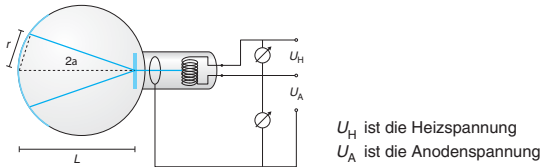


Die **Wellenlängenänderung** lässt sich durch Betrachtung des elastischen Stoßes eines Photons mit einem ruhenden freien Elektron betrachten. Durch Anwendung des Energieerhaltungssatzes und des Impulserhaltungssatzes sowie der Tatsache, dass aufgrund der hohen Geschwindigkeiten relativistische Effekte eine Rolle spielen, erhält man die Wellenlängenänderung zu:

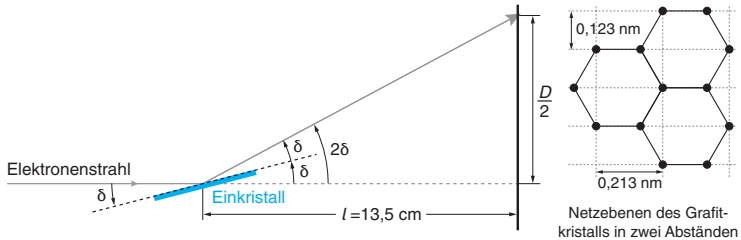
$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_{0,e} \cdot c} \cdot (1 - \cos\vartheta), \text{ wobei } \Delta\lambda = \frac{h}{m_{0,e} \cdot c} \text{ die Comptonwellenlänge ist.}$$

Interferenz von Elektronen

- 1924 wurde von De Broglie die Hypothese aufgestellt, dass man jedem bewegten Teilchen eine **Wellenlänge** zuordnen kann.
- Um nachzuweisen, dass Teilchen eine Wellenlänge besitzen, benutzt man das Phänomen der **Interferenz**.
- In einer Elektronenbeugungsröhre werden Elektronen, die aus der Glühkathode austreten, durch die Anodenspannung U_A beschleunigt. Nachdem sie eine Graphitfolie durchdrungen haben, treffen sie auf den Leuchtschirm der Röhre. Dort kann ein Interferenzmuster beobachtet werden. Da das Interferenzbild ähnlich ist dem Interferenzbild, welches bei der Bragg-Reflexion von Röntgenstrahlen an einem Kristallgitter entsteht, nutzt man dies zu Bestimmung der Wellenlänge aus.



- Bestimmung der Wellenlänge von Elektronen:



Aus den Abmessungen der Röhre folgt für kleine Winkel im Bogenmaß:

$\delta = \frac{D}{4l} \approx \sin \delta$. Mithilfe der Bragg-Bedingung $2a \cdot \sin \delta = k \cdot \lambda$ erhält man in guter Näherung: $k \cdot \lambda = \frac{a \cdot D}{2l}$.

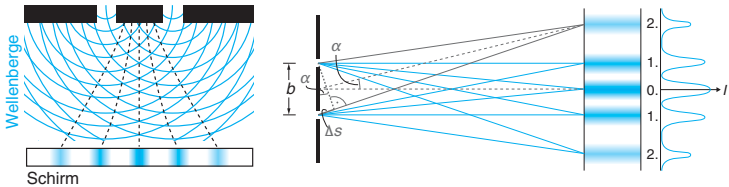
Der Kristall hat zwei Netzebenen mit den Abständen $a = 0,123 \text{ nm}$ und $a = 0,213 \text{ nm}$. Die beiden zu beobachtenden Interferenzringe entstehen durch Reflexion an jeder Ebene.

Es ist jeweils $k = 1$. Daraus erhält man für die Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot e \cdot U}}$$

Photonen am Doppelspalt

- Beleuchtet man zwei dicht beieinanderliegende Spalte mit Laserlicht, so beobachtet man ein **Interferenzmuster**. Dieses Muster ist von Wasserwellen bekannt und lässt sich mittels des Huygens'schen Prinzips der Elementarwellen erklären.



- Führt man dieses Experiment mit **einzelnen Photonen** durch, so beobachtet man hinter dem Spalt unregelmäßig verteilte einzelne Punkte im Detektor. Man kann nicht vorhersagen, wo das Photon auftrifft. (Abb. 1) Erst wenn **sehr viele Photonen** registriert wurden, ist ein Interferenzmuster erkennbar. Dann kann man eine Wahrscheinlichkeitsaussage treffen, wo das nächste Photon auf dem Detektor registriert werden wird. (Abb.2)

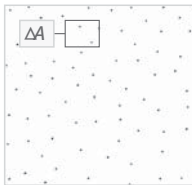


Abb. 1

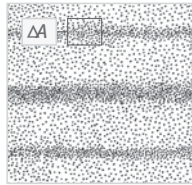


Abb. 2

- Kann man nachweisen, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist, so ist auf dem Schirm kein Interferenzmuster zu beobachten. Dies ist ein sehr wichtiges Phänomen der Quantenphysik und tritt bei allen Zwei-Wege-Experimenten auf.

Heisenberg'sche Unschärferelation

- Es ist nicht möglich, gleichzeitig den Ort x und den Impuls p eines Quantenobjekts mit beliebiger Genauigkeit zu bestimmen. Es liegt stets eine Unschärfe vor. Für diese Unschärfe gilt:

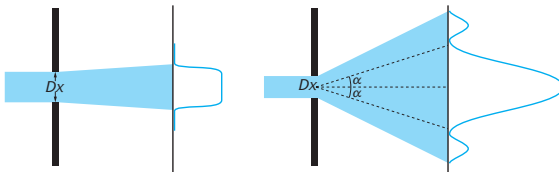
$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi} \approx 5,3 \cdot 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s},$$

wobei Δx die Unschärfe des Ortes, Δp_x die gleichzeitige Unschärfe des Impulses ist.

- Lässt man ein Quantenobjekt auf einen Spalt der Breite Δx treffen, so kann man folgende Aussagen treffen:
 - Ist der Spalt breit, also die Ortsunschärfe groß, so ist die Impulsunschärfe gering. Das Beugungsmuster ist schmal.
 - Ist der Spalt schmal, also die Ortsunschärfe gering, so ist die Impulsunschärfe groß. Das Beugungsmuster ist breit.

- Einfache Herleitung anhand eines Spaltes:
Bevor die Quantenobjekte auf den Spalt treffen, haben alle die gleiche Geschwindigkeit und den gleichen Impuls. Treffen die Quanten auf den Spalt, so werden sie aufgeweitet. Diese Aufweitung ist umso geringer, je größer der Spalt ist. Durch die Aufweitung erhalten die Quanten einen Querimpuls.

Die meisten Quanten gelangen in den Bereich des Hauptmaximums, d.h. ihre Impulse befinden sich im Winkelbereich $\pm\alpha$.



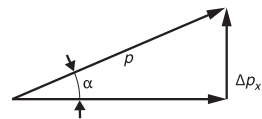
Am Einzelspalt gilt für Intensitätsminima:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{\Delta x}.$$

Für den Impuls gilt: $\Delta p_x = p \cdot \sin \alpha$.

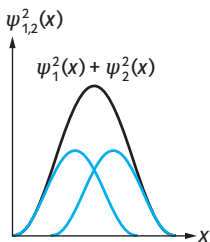
Damit ergibt sich :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \lambda \cdot p = h.$$

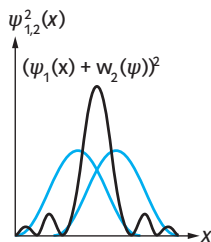


Zustandsfunktion

- Über den **Aufenthaltsort** von Quantenobjekten kann man keine genaue Vorhersage machen, sondern man kann nur **Wahrscheinlichkeitsaussagen** über den Aufenthaltsort machen. Um sie dennoch mathematisch beschreiben zu können, hat Erwin Schrödinger eine Differenzialgleichung ähnlich der Wellenfunktion aufgestellt, deren Lösungen Zustandsfunktionen $\Psi(x;t)$ für nichtrelativistische Quantenobjekte sind.
- Die **Zustandsfunktion** $\Psi(x;t)$ beschreibt den **Wellencharakter** des Quantenobjektes. Mit ihr können Aussagen über den Ausgang von Messungen physikalischer Größen gemacht werden. Sie ist jedoch kein Messwert. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit wird durch das Betragsquadrat der Zustandsfunktion bestimmt: $|\Psi(x;t)|^2$. Je größer das Betragsquadrat der Zustandsfunktion ist, desto wahrscheinlicher ist es das Quantenobjekt zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort anzutreffen.
- Betrachtungen des Doppelspaltexperimentes mit Zustandsfunktionen: $\Psi_1(x;t)$ bzw. $\Psi_2(x;t)$ sind die Zustandsfunktionen für den Versuch, wenn nur einer der beiden Spalte geöffnet ist.
 - Stellt man vor beide Spalte je ein Polarisationsfilter und sind diese senkrecht zueinander gestellt, dann kann man feststellen, welchen Spalt die Photonen gewählt haben. Es tritt keine Interferenz auf. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten addieren sich. Es gilt:
$$\Psi(x;t)^2 = \Psi_1(x;t)^2 + \Psi_2(x;t)^2 \quad (\text{Abb. 1}).$$
 - Ohne Polarisationsfilter entfällt die Weginformation und man beobachtet Interferenz. Jetzt gilt für die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten:
$$\Psi(x;t)^2 = (\Psi_1(x;t) + \Psi_2(x;t))^2 \quad (\text{Abb. 2})$$



(Abb.1)



(Abb.2)

Bohr'sches Atommodell

- Ausgehend vom Rutherford'schen Atommodell entwickelte Bohr sein Atommodell. **Rutherford'sches Atommodell:** Die Masse und die positive Ladung eines Atoms ist in einem kleinen Raumbereich, dem **Atomkern**, konzentriert. Die Elektronen bewegen sich auf Kreisbahnen um den Kern und bilden die **Atomhülle**.
- Bohr'sche Postulate:
 - 1. Postulat: Elektronen mit der Masse m_e kreisen mit der Geschwindigkeit v_n im Abstand r_n strahlungsfrei um den Atomkern, wenn $2\pi \cdot m_e \cdot v_n \cdot r_n = n \cdot h$ ist. Dabei ist n eine natürliche Zahl, die sog. **Hauptquantenzahl**.
 - 2. Postulat: Gehört zu einer äußeren Bahn die Energie E_m und zu einer inneren Bahn die Energie E_n , dann wird beim Übergang eines Elektrons von der äußeren zur inneren Bahn die Energiedifferenz $\Delta E = E_m - E_n = h \cdot f$ abgegeben. Beim umgekehrten Vorgang wird ein Photon absorbiert.
- Das **Bohr'sche Atommodell** liefert für wasserstoffähnliche Atome eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung.

- Für die Bahnradien gilt:

Damit sich die Elektronen auf einer Kreisbahn bewegen, müssen sich die Coulombkraft und die Zentripetalkraft ausgleichen. Zusammen mit dem 1. Postulat folgt.

$$\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2} = m_e \cdot \frac{v_n^2}{r_n} \quad 2\pi \cdot m_e \cdot v_n \cdot r_n = n \cdot h \quad \Rightarrow \quad r_n = \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2.$$

Es kommen somit nur bestimmte Bahnen für das Elektron in Frage. Für $n = 1$ ergibt sich der Bohr'sche Radius: $r_1 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

- Für die diskreten Energiewerte folgt nach dem Energieerhaltungssatz:

$$E_n = \frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} - \frac{m_e \cdot e^4}{4\epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

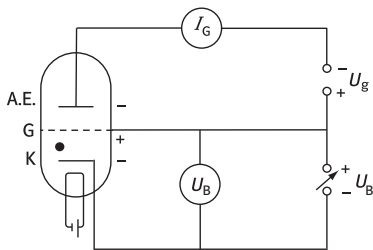
Das Atom besitzt nur **diskrete Energiezustände**. Für $n = 1$ beträgt die

Energie: $E_1 = -13,6 \text{ eV}$. Damit ergibt sich: $E_n = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV}$

Franck-Hertz-Versuch

- Dieser Versuch untersucht den Zusammenhang zwischen der Ionisationsenergie und dem Radius eines Atoms.
- **Versuchsaufbau:**

In einer mit Gas gefüllten Röhre befinden sich die Kathode K, die Auffangelektrode AE und die Gitterelektrode G. Legt man eine Heizspannung an die Kathode, so werden Elektronen herausgelöst. Diese werden im elektrischen Feld zwischen Kathode und der Gitterelektrode durch U_B beschleunigt. Zwischen der

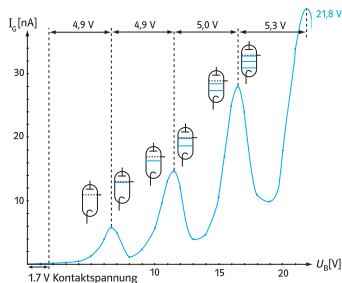


Gitterelektrode und der Anode befindet sich ein entgegengesetzt gerichtetes Feld, indem die Elektronen abgebremst werden.

Stellt man die Gegenspannung U_G und die Heizspannung U_H auf einen konstanten Wert und erhöht langsam U_B , so kann man einen Strom, der von U_B abhängt, messen.

Für eine mit Quecksilber gefüllte Röhre ergibt sich:

Ist $U_B > U_G$, so können die Elektronen die Gegenspannung überwinden und die Stromstärke steigt an. Die Elektronen führen elastische Stöße mit den Gasatomen aus, die Energie der Elektronen ändert sich nicht. Erreicht die Spannung den Wert 4,9eV, kommt es zwischen den Teilchen zu unelastischen Stößen vor dem Gitter. Dabei verlieren die Elektronen soviel Energie, dass sie die Gegenspannung nicht mehr überwinden können, die Stromstärke sinkt. Steigt die Spannung weiter an, so finden diese unelastischen Stöße näher an der Kathode statt und die Elektronen können auf ihrem Weg zum Gitter wieder beschleunigt werden. Die Stromstärke steigt wieder an. Am nächsten Maximum haben die Elektronen genug Energie, um zweimal die doppelte Energie auf das Atom zu übertragen und die Stromstärke sinkt.



Potenzialtopf

- Auch das Bohr'sche Atommodell hat seine Grenzen. Hat z. B. die Atomhülle mehr als ein Elektron, so kann sein Verhalten nicht eindeutig beschrieben werden. Erst mit der Schrödinger-Gleichung können Quantensysteme beschrieben werden. Ein einfaches Modell dafür ist der eindimensionale Potenzialtopf.
- Ein Elektron kann sich längs eines Körpers der Länge L frei bewegen, diesen aber nicht verlassen. Innerhalb des Körpers ist die potenzielle Energie null, außerhalb ist sie unendlich groß.

Beschrieben wird das Elektron durch die Zustandsfunktion $\Psi(x;t)$. Außerhalb des Potenzialtopfes ist $\Psi(x;t) = 0$. Innerhalb des Topfes bildet $\Psi(x;t)$ stehende Wellen. Damit sich stehende Wellen ausbilden können, muss

$$\text{gelten: } L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Somit folgt für die Wellenlänge $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ und mithilfe der De-Broglie-Beziehung für den Impuls: $p_n = \frac{h}{\lambda_n} \cdot n$.

Für die Energiestufen eines eingeschlossenen Teilchens ergibt sich:

$$E_{\text{kin},n} = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{h^2}{8L^2 \cdot m} \cdot n^2.$$

Ein Elektron kann im Potenzialtopf nur ganz bestimmte Energien E_n annehmen.

- Betrachtet man die Wahrscheinlichkeitsdichte für die ersten drei Funktionen, so erkennt man, dass sie an den Wänden des Potenzialtopfes null ist, d. h. dort ist kein Teilchen anzutreffen.

