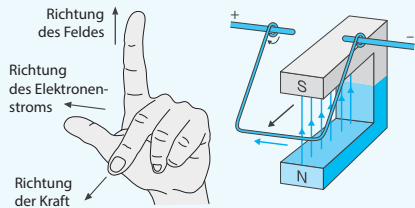


Induktion durch Bewegung

- Bewegt man einen Leiter in einem Magnetfeld, so kann man eine Spannung erzeugen, die **Induktionsspannung**.
- Diese Spannung ist eine Folge der Lorentzkraft. Durch die Bewegung des Leiters senkrecht zu den Magnetfeldlinien werden auch die Elektronen im Leiter senkrecht zu den Feldlinien bewegt und erfahren die Lorentzkraft F_L . Diese wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen und verschiebt diese zusätzlich. Die Richtung der Verschiebung wird mit der Drei-Finger-Regel der linken Hand bestimmt. Durch die Verschiebung der Elektronen entsteht an einem Ende des Leiters ein Elektronenmangel und am anderen Ende ein Elektronenüberschuss. Zwischen den beiden Leiterenden baut sich ein elektrisches Feld auf. Die Verschiebung findet solange statt, bis die Lorentzkraft und die Kraft F_{el} , die auf die Elektronen durch das elektrische Feld wirkt, gleich groß sind. Nun kann man eine Induktionsspannung abgreifen.



- **Berechnung der Induktionsspannung:**
Die Verschiebung der Elektronen durch die Lorentzkraft findet solange statt, bis die Lorentzkraft und die elektrische Kraft gleich groß sind. Hat der Leiter die Länge l , so gilt:

$$F_L = F_{el}$$

$$B \cdot e \cdot v = \frac{e \cdot U_{ind}}{l},$$

$$U_{ind} = B \cdot l \cdot v.$$

- Bei der Induktion durch Bewegung wird kinetische Energie in elektrische Energie umgewandelt. Dieses Prinzip wird bei Generatoren benutzt.

Induktion durch Bewegung und Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im Vergleich

● Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:

Der Leiter wird an eine Spannungsquelle angeschlossen. Dadurch bewegen sich die Elektronen im Stromkreis.

Findet diese Bewegung in einem Magnetfeld statt, dessen Feldlinien senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen stehen, so wirkt auf die Elektronen eine Lorentzkraft. Diese bewegt den Leiter im Magnetfeld.

● Induktion durch Bewegung:

Ein Leiter wird mechanisch durch ein Magnetfeld, dessen Feldlinien senkrecht zur Bewegungsrichtung stehen, bewegt. Dadurch wirkt auf jedes Elektron im Leiter eine Lorentzkraft. Diese Lorentzkraft verschiebt die Elektronen. Am einen Leiterende entsteht ein Elektronenmangel, am anderen ein Elektronenüberschuss. An den Leiterenden kann somit eine Spannung abgegriffen werden.

● Gemeinsamkeiten:

- Damit eine Bewegung entsteht bzw. eine Spannung abgegriffen werden kann, muss ein Magnetfeld vorhanden sein.
- Die Elektronen, auf die die Lorentzkraft wirkt, müssen sich bewegen.
- Die Richtung der Lorentzkraft wird mithilfe der Drei-Finger-Regel der linken Hand bestimmt.

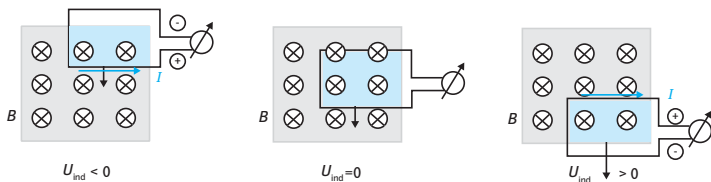
● Unterschiede:

- Beim stromdurchflossenen Leiter ist für die Bewegung eine Spannungsquelle notwendig. Diese Spannungsquelle bewegt die Elektronen. Die Ursache ist also elektrischer Art.
Die Lorentzkraft, die dadurch auf die Elektronen wirkt, bewegt den Leiter durch das Magnetfeld. Die Wirkung ist somit mechanischer Art.
- Bei der Induktion durch Bewegung ist die Ursache die Bewegung des Leiters im Magnetfeld. Dadurch werden die Elektronen im Leiter mitbewegt. Die Ursache ist somit mechanischer Art.
Die Lorentzkraft, die dadurch auf die Elektronen wirkt, führt zu einer Ladungstrennung im Leiter und es kann eine Spannung abgegriffen werden. Die Wirkung ist somit elektrischer Art.

Induktion durch Flächenänderung

- Verwendet man anstelle des Leiterstücks eine Leiterschleife mit n Windungen, so wird auch hier eine Induktionsspannung erzeugt, wenn diese durch ein konstantes homogenes Magnetfeld bewegt wird.

Bewegt sich die Leiterschleife mit der konstanten Geschwindigkeit v in das Magnetfeld hinein, so wird die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche A vergrößert. Die Fläche A ändert sich mit der Zeit. Es kann eine Induktionsspannung abgegriffen werden. Befindet sich die Schleife komplett im Magnetfeld, so wird trotz Bewegung der Schleife keine Induktionsspannung erzeugt, da sich die Fläche mit der Zeit nicht ändert.



- Bewegt sich die Schleife wieder aus dem Magnetfeld heraus, so wird die durchsetzte Fläche wieder kleiner. Die Fläche ändert sich also mit der Zeit und es kann eine Induktionsspannung abgegriffen werden. Befindet sich die Schleife komplett im Magnetfeld, so kann eine Induktionsspannung durch Flächenänderung hervorgerufen werden, indem die Fläche der Schleife vergrößert bzw. verkleinert wird oder indem die Schleife im Feld gedreht wird. Bei der **Drehung** einer Schleife im Magnetfeld handelt es sich bei der induzierten Spannung um eine **Wechselspannung**.

Berechnung der Induktionsspannung durch Flächenänderung

- Ausgehend von der Formel für die Induktionsspannung, die durch Bewegung in einem Leiterstück hervorgerufen wird, ergibt sich der Betrag der Induktionsspannung einer Leiterschleife durch folgenden Ansatz.

- Ausgangspunkt: $U_{\text{ind}} = l \cdot v \cdot B$

Da die Leiterschleife n Windungen besitzt, gilt für die wirksame Leiterlänge $n \cdot l$ und somit $U_{\text{ind}} = n \cdot l \cdot v \cdot B$.

Da sich die Schleife mit der konstanten Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ durch das Magnetfeld bewegt, folgt:

$$U_{\text{ind}} = n \cdot l \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot B.$$

Bei dem Produkt handelt es sich um die Flächenänderung der vom Magnetfeld durchsetzten Spule.

Es gilt somit:

$$U_{\text{ind}} = n \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot B.$$

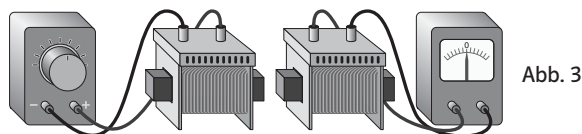
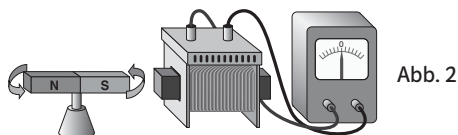
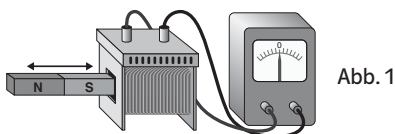
- Für den Momentanwert der Induktionsspannung gilt:

$$U_{\text{ind}}(t) = n \cdot \dot{A}(t) \cdot B,$$

wobei $\dot{A}(t)$ die Ableitung von $A(t)$ nach der Zeit ist.

Induktion durch Änderung der magnetischen Flussdichte

- Eine Induktionsspannung kann auch erzeugt, indem
 - ein Stabmagnet langsam in eine Spule geschoben und wieder herausgezogen wird. (Abb.1),
 - ein Stabmagnet vor einer Spule gedreht wird. (Abb. 2),
 - eine Spule mit einem Eisenkern an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen wird, die sich vor einer zweiten Spule befindet. Durch Einschalten und Ausschalten dieser Gleichspannungsquelle wird in der zweiten Spule eine Induktionsspannung induziert (Abb. 3).



In allen drei Fällen wurde die Induktionsspannung in der das Magnetfeld umschließenden Spule durch die Änderung des magnetischen Feldes erzeugt.

- Die Induktionsspannung ist umso größer,
 - je größer die Änderung des Magnetfeldes innerhalb einer festen Zeit ist,
 - je schneller die Änderung des Magnetfeldes ist,
 - je mehr Windungen die das Magnetfeld umgebende Spule hat.

Berechnung der Induktionsspannung durch Änderung der magnetischen Flussdichte

- Nicht nur durch Änderung der Fläche innerhalb einer Leiterschleife, die von einem konstanten Magnetfeld durchsetzt wird, kann eine Spannung induziert werden. Auch in einer ruhenden Leiterschleife kann eine Spannung induziert werden, nämlich dann, wenn sich die magnetische Flussdichte B mit der Zeit ändert.

- Analog zur Formel für die Induktion bei Flächenänderung

$$U_{\text{ind}} = n \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot B$$

gilt für die Induktion bei Änderung der magnetischen Flussdichte

$$U_{\text{ind}} = n \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

- Für den Momentanwert der Induktionsspannung gilt:

$$U_{\text{ind}}(t) = n \cdot A \cdot \dot{B}(t),$$

wobei $\dot{B}(t)$ die Ableitung von $B(t)$ nach der Zeit ist.

- Der Betrag der Induktionsspannung hängt von der Schnelligkeit der Änderung der magnetischen Flussdichte ab.

Magnetischer Fluss – Induktionsgesetz

- Der magnetische Fluss Φ ist das Produkt aus der vom Magnetfeld senkrecht durchsetzten Fläche und der magnetischen Flussdichte.

Es gilt:

$$\Phi = A \cdot B \quad \text{Einheit: } [\Phi] = \text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{V} \cdot \text{s}.$$

- Damit ergibt sich für das Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Ändert sich der magnetische Fluss in einer Leiterschleife oder Spule mit der Zeit, so tritt in der Leiterschleife oder Spule eine Induktionsspannung auf.

Für den Momentanwert der Induktionsspannung gilt:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi}(t).$$

Das Minuszeichen kommt durch das Lenz'sche Gesetz zustande.

- Mit $\Phi(t) = A(t) \cdot B(t)$ folgt für die Ableitung des magnetischen Flusses aufgrund des Produktgesetzes der Ableitung:

$$\dot{\Phi}(t) = \dot{A}(t) \cdot B(t) + A(t) \cdot \dot{B}(t).$$

Damit ergibt sich für die Induktionsspannung

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi}(t) = -n (\dot{A}(t) \cdot B(t) + A(t) \cdot \dot{B}(t)).$$

- Das Induktionsgesetz enthält zwei Spezialfälle:

- **Induktion durch Flächenänderung:**

Ist die magnetische Flussdichte $B(t)$ konstant, gilt für die zeitliche Änderung $\dot{B}(t) = 0$ und somit für die Induktionsspannung:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi}(t) = -n (\dot{A}(t) \cdot B(t) + A(t) \cdot \dot{B}(t)) = -n \cdot \dot{A}(t) \cdot B(t)$$

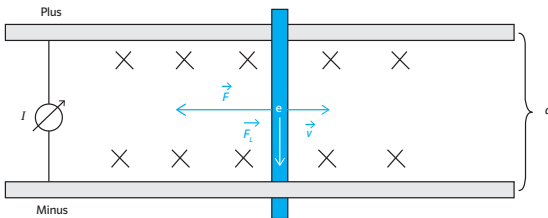
- **Induktion durch Feldänderung:**

Ändert sich die vom Magnetfeld senkrecht durchsetzte Fläche nicht, gilt für die zeitliche Änderung $\dot{A}(t) = 0$ und somit für die Induktionsspannung:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi}(t) = -n (\dot{A}(t) \cdot B(t) + A(t) \cdot \dot{B}(t)) = -n \cdot A(t) \cdot \dot{B}(t)$$

Lenz'sches Gesetz

- Ein Leiter mit der wirksamen Leiterlänge d wird in einem konstanten homogenen Magnetfeld auf leitenden Schienen mit der konstanten Geschwindigkeit v nach rechts bewegt. Durch die Lorentzkraft $F_L = B \cdot e \cdot v$ werden die Elektronen nach unten abgelenkt. Im Strommessgerät kann der Induktionsstrom I gemessen werden. Da der Strom I auch durch den Leiter fließt, erfahren die Elektronen eine zweite Kraft $F = B \cdot I \cdot d$ nach links. Diese Kraft wirkt der Bewegung nach rechts, die die Induktionsspannung hervorruft, $U_{\text{ind}} = B \cdot d \cdot v$ entgegen. Der Leiter wird abgebremst.



Lenz'sches Gesetz:

Die Induktionsspannung ist immer so gepolt, dass der dadurch hervorgerufene Induktionsstrom der Ursache entgegenwirkt.

- Das Lenz'sche Gesetz ist verantwortlich für das Minuszeichen in der Formel zur Berechnung der Induktionsspannung, also dem Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi}(t).$$

Aufgabe zur Induktion

- Ein rechteckiger Leiterraum mit 500 Windungen (Länge $l = 10\text{cm}$ und Breite $b = 20\text{cm}$) bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = 12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ in ein konstantes Magnetfeld der Stärke $B = 500\text{mT}$. Das Magnetfeld hat eine Länge von 20cm . An den Leiterraum ist ein Spannungsmessgerät angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0\text{s}$ taucht der untere Teil des Leiterraums gerade in das Magnetfeld ein.
- Berechnung der Induktionsspannung zum Zeitpunkt des Eintauchens in das Magnetfeld:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot b \cdot v \cdot B = -500 \cdot 0,2\text{m} \cdot 12\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 500 \cdot 10^{-3}\text{T} = -600\text{V} = -0,6\text{kV}$$

Diese Spannung tritt solange auf, bis der obere Teil des Leiterraums in das Magnetfeld eingetaucht ist. Die Zeit, bis auch der obere Teil eintaucht, berechnet sich wie folgt: $t_1 = \frac{s}{v} = \frac{0,1\text{m}}{12\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8,3 \cdot 10^{-3}\text{s} = 8,3\text{ms}$.

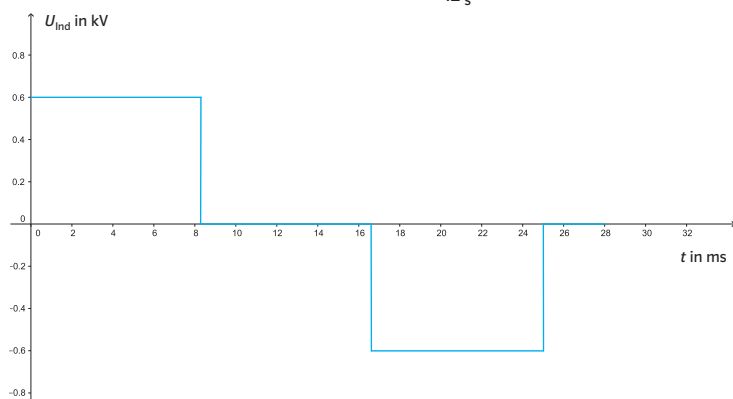
Danach ändert sich die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche nicht mehr und die Induktionsspannung hat den Wert 0V .

Bis der untere Teil wieder aus dem Magnetfeld herauskommt und sich somit die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche ändert, vergeht die Zeit:

$$t_2 = \frac{s}{v} = \frac{0,2\text{m}}{12\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 16,6 \cdot 10^{-3}\text{s} = 16,6\text{ms}$$

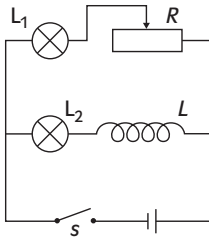
Dann wird die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche kleiner und eine gleich große, aber entgegengesetzt gepolte Spannung tritt solange auf, bis der

obere Teil auch das Magnetfeld verlässt: $t_3 = \frac{0,3\text{m}}{12\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 25 \cdot 10^{-3}\text{s} = 25\text{ms}$



Selbstinduktion

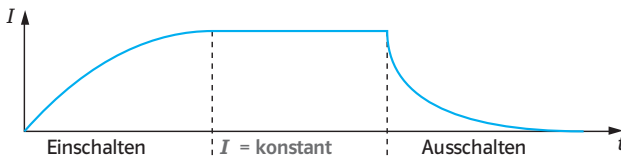
- Schaltplan zum Versuch zur Selbstinduktion:



In einer Parallelschaltung befinden sich zwei Glühlämpchen. Vor dem einen befindet sich ein Widerstand R , vor dem anderen eine Spule L mit gleichem Widerstandswert. Schließt man den Stromkreis, so leuchtet die Glühlampe L_2 später als L_1 . In der Spule baut sich beim Schließen des Schalters ein Magnetfeld auf. Dieses ruft einen Induktionsstrom hervor, der dem das Magnetfeld aufbauenden Strom entgegenwirkt. Diesen Vorgang nennt man Selbstinduktion.

Öffnet man den Schalter wieder, so baut sich das Magnetfeld in der Spule ab. Der dabei erzeugte Induktionsstrom wirkt der Abnahme des Stromes entgegen und L_2 leuchtet länger.

Verlauf der Stromstärke beim Einschalt- und Ausschaltvorgang:



- Für die Induktionsspannung gilt:

$$U_{\text{ind}}(t) = -n \cdot \dot{\Phi}(t) = -n \cdot A \cdot \dot{B}(t) \quad (\text{keine Flächenänderung, also } \dot{A}(t) = 0).$$

Für eine schlanke Spule gilt: $B(t) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n}{l} \cdot I(t)$ und damit für die

$$\text{Ableitung: } \dot{B}(t) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n}{l} \cdot \dot{I}(t).$$

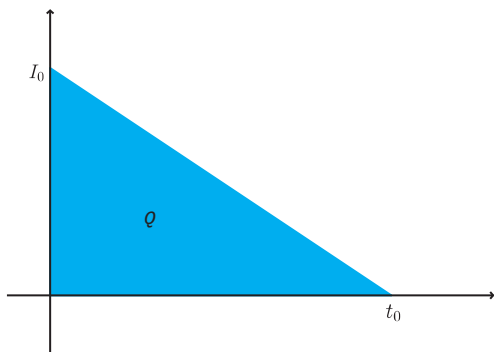
Eingesetzt ergibt sich damit für die Induktionsspannung

$$U_{\text{ind}}(t) = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot \frac{n^2}{l} \cdot \dot{I}(t) = -L \cdot \dot{I}(t).$$

Dabei heißt L die **Induktivität** der Spule. Sie hat die **Einheit 1H (Henry)**.

Energie im Magnetfeld

- Die zum Aufbau eines Magnetfeldes notwendige Energie hängt von der Stärke des Magnetfeldes ab. Sie kann im Magnetfeld gespeichert und beim Abbau wieder freigesetzt werden.
- Die beim Abbau des Magnetfeldes fließende Ladung entspricht der Fläche unter dem t - I -Diagramm. Geht man davon aus, dass der Strom beim Abbau des Magnetfeldes linear abfällt, so entspricht die dabei fließende Ladung einer Dreiecksfläche.



Es gilt: $Q = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot t_0$.

Beim Abbau des Magnetfeldes entsteht in der Spule eine Induktionsspannung für die gilt:

$$U_{\text{ind}}(t) = -L \cdot \dot{I}(t) = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \cdot \left(\frac{-I_0}{t_0}\right) = L \cdot \frac{I_0}{t_0}.$$

Die beim Abbau in elektrische Energie umgewandelte magnetische Energie berechnet sich zu:

$$E = Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot t_0 \cdot L \cdot \frac{I_0}{t_0} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2.$$

Wechselspannung

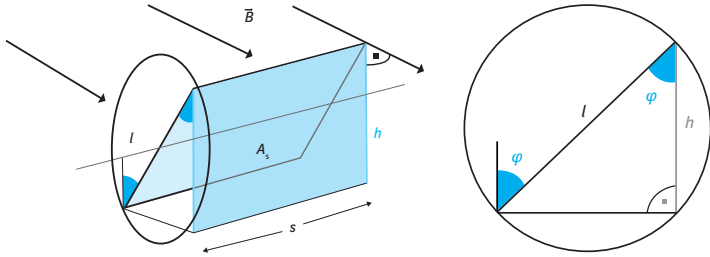
- Rotiert eine Spule oder Leiterschleife mit der Frequenz f in einem konstanten Magnetfeld B , so handelt es sich bei der induzierten Spannung um eine **Wechselspannung**.

Bei der Rotation ändert sich die Fläche, die senkrecht von den magnetischen Feldlinien durchsetzt wird, mit der Zeit. Dies hat eine Änderung des magnetischen Flusses zur Folge.

Für den magnetischen Fluss gilt:

$$\Phi = A_s \cdot B.$$

Die wirksame Fläche A_s geht durch senkrechte Projektion der eigentlichen Fläche hervor.



Mit $\cos \varphi = \frac{h}{l}$ bzw. $h = l \cdot \cos \varphi$ ergibt sich für die senkrecht durchsetzte Fläche A_s :

$$A_s = s \cdot h = s \cdot l \cdot \cos \varphi = A \cdot \cos \varphi$$

Für $\varphi = 0^\circ$ ist die Fläche maximal, bei $\varphi = 90^\circ$ ist sie null.

Damit ergibt sich für den magnetischen Fluss und nach dem Induktionsgesetz für die Induktionsspannung:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \varphi = B \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t),$$

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi} = -n \cdot B \cdot \frac{d}{dt}(A \cdot \cos(\omega \cdot t)) = n \cdot \omega \cdot B \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t) =$$

$$\hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

\hat{U} ist der maximale Wert der Spannung, auch **Scheitelwert** genannt. Er wächst proportional mit der Drehfrequenz f ($f = \frac{\omega}{2\pi}$).

- Für die **Stromstärke** im Wechselstromkreis gilt:

$$I(t) = \frac{U_{\text{ind}}}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

wenn Spannung und Stromstärke ihre Scheitelwerte zum gleichen Zeitpunkt annehmen.

Ohm'sche Widerstände im Wechselstromkreis

- Sowohl im Gleichstromkreis als auch im Wechselstromkreis wandelt ein Widerstand elektrische Energie in Wärme oder Licht um. Deshalb nennt man ihn auch **Wirkwiderstand**.

- Am Widerstand liegt die Wechselspannung $U = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ an.

Nach dem ohmschen Gesetz gilt: $R = \frac{U(t)}{I(t)}$.

Damit folgt für die Stromstärke:

$$I(t) = \frac{\hat{U}}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

- Folgerungen:
 - Spannung und Stromstärke erreichen zur gleichen Zeit ihren Scheitelwert und auch gleichzeitig die Nulllage. Sie sind in Phase.
 - Hat die Spannung einen sinusförmigen Verlauf, so hat auch die Stromstärke einen sinusförmigen Verlauf.
 - Je größer der Scheitelwert der Spannung, umso größer ist auch der Scheitelwert der Stromstärke.
 - Der Scheitelwert der Stromstärke ist unabhängig von der Frequenz des Wechselstroms .
 - Je größer der Widerstand R , umso kleiner ist der Scheitelwert der Stromstärke.

Kapazitive Widerstände im Wechselstromkreis

- Legt man an einen Kondensator eine Wechselspannung an, so wird er abwechselnd aufgeladen und entladen. Um den Kondensator aufzuladen, muss Ladung fließen. Deshalb erreicht zuerst die Stromstärke ihren Scheitelwert, bevor die Spannung ihren Scheitelwert erreicht.
- Am Kondensator liegt die Wechselspannung $U = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ an. Da die Stromstärke von der Zeit abhängt, gilt für die Momentanstromstärke $I(t) = \hat{Q}'(t)$.
Mit der Ladung für den Kondensator $Q(t) = C \cdot U(t)$ ergibt sich:

$$I(t) = C \cdot \dot{U}(t) = C \cdot \hat{U} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

- **Folgerungen:**
 - Die Stromstärke geht der Spannung um 90° voraus. Spannung und Stromstärke haben eine **Phasendifferenz** von 90° .
 - Je größer der Scheitelwert der Spannung, umso größer ist auch der Scheitelwert der Stromstärke.
 - Der Scheitelwert der Stromstärke ist abhängig von der Frequenz des Wechselstroms.
 - Je größer der Widerstand C , umso größer ist der Scheitelwert der Stromstärke.
- Unter dem **kapazitiven Widerstand** X_C versteht man den Quotienten aus Scheitelwert der Spannung und Scheitelwert der Stromstärke:

$$X_C = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{\hat{U}}{C \cdot \hat{U} \cdot \omega} = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

Induktive Widerstände im Wechselstromkreis

- Der Widerstand einer Spule im Wechselstromkreis ist sehr viel größer als im Gleichstromkreis. Dies kommt daher, dass die Selbstinduktionsspannung in der Spule einen Induktionsstrom hervorruft, der nach dem Lenz'schen Gesetz seiner Ursache entgegenwirkt.

- Fließt in der Spule ein Wechselstrom $I = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$, so wird in ihr eine Induktionsspannung $U_{\text{ind}}(t) = -L \cdot \dot{I}(t)$ induziert. Es gilt:

$$U_{\text{ges}}(t) = U(t) + U_{\text{ind}}(t).$$

In einer idealen Spule hat der Widerstand R der Spule den Wert 0. Daher gilt: $U(t) = -U_{\text{ind}}(t)$.

Damit ergibt sich: $U(t) = L \cdot \dot{I}(t) = L \cdot \hat{I} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t)$.

- Folgerungen:
 - Die Spannung geht der Stromstärke um 90° voraus. Spannung und Stromstärke haben eine **Phasendifferenz** von 90° .
 - Je größer der Scheitelwert der Spannung, umso größer ist auch der Scheitelwert der Stromstärke.
 - Der Scheitelwert der Stromstärke ist abhängig von der Frequenz des Wechselstroms.
 - Je größer die Eigeninduktivität L , umso kleiner ist der Scheitelwert der Stromstärke.
- Unter dem **induktiven Widerstand** X_L versteht man den Quotienten aus dem Scheitelwert der Spannung und dem Scheitelwert der Stromstärke:

$$X_C = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = L \cdot \hat{I} \cdot \frac{\omega}{\hat{I}} = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L$$

Siebketten

- Eine Siebkette ist eine Reihenschaltung aus Ohm'schem Widerstand, Kondensator und Spule.

Ist I_C die Stromstärke und U_C die Spannung am Kondensator, I_L die Stromstärke und U_L die Spannung an der Spule und I_R die Stromstärke und U_R die Spannung am Ohm'schen Widerstand, so gilt für die **Gesamtstromstärke** in der Reihenschaltung:

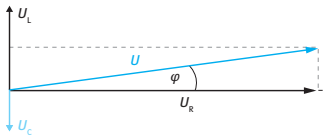
$$I_{\text{ges}} = I_C = I_L = I_R.$$

Die Spannungen darf man wegen der unterschiedlichen Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung nicht einfach addieren.

Es gilt:

- Beim ohmschen Widerstand sind Stromstärke und Spannung in Phase.
- Beim Kondensator geht die Stromstärke der Spannung um 90° voraus.
- Bei der Spule hinkt die Stromstärke der Spannung um 90° hinterher.

Um die **Gesamtspannung** zu erhalten, muss man sie vektoriell addieren.



Nach Pythagoras gilt für die vektorielle Addition der Einzelspannungen:

$$U_{\text{ges}} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

- Für den Betrag des **Gesamtwiderstandes** Z (auch Impedanz genannt) ergibt sich:

$$Z = \frac{U_{\text{ges}}}{I} = \frac{\sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Für große Frequenzen wird der Widerstand an der Spule sehr groß, die Spule sperrt also. Für kleine Frequenzen wird der Widerstand am Kondensator sehr groß und der Kondensator sperrt.

Sind der Widerstand am Kondensator und der Widerstand an der Spule

gleich groß, so gilt: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ bzw. $f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$.

Für diese Frequenz, die sog. **Eigenfrequenz**, ist die Stromstärke maximal.